Departamento de Economia
Universidade de São Paulo
EAE-1301 - Lista 1
Prof.: Pedro Forquesato
2º semestre de 2024

Instruções: Os workshops são resolvidos em grupo **durante a aula** com a ajuda dos colegas e do docente, mas cada aluno deve *escrever e entregar a lista separadamente*. Constitui **violações do código de ética** da disciplina:

- Olhar as resoluções escritas dos colegas;
- Escrever na lista dos colegas ou trocar anotações de respostas;
- Trazer para a aula qualquer tipo de resoluções dos exercícios do workshop.

Workshop 1. Soluções baseadas (apenas) na racionalidade

1. No jogo abaixo, quais estratégias sobrevivem à *eliminação iterada de estratégias estritamente dominadas*?

		Player 2		
		L	C	R
	U	6, 8	2, 6	8, 2
Player 1	M	8, 2	4, 4	9, 5
	D	8, 10	4, 6	6, 7

2. Defina as funções de melhor-resposta e ache as estratégias racionalizáveis de cada jogador no jogo abaixo.

	L	C	R
T	2,1	1,4	0,3
B	1,8	0,2	1,3

3. **(Resolvível por dominância)** Um jogo é chamado "resolvível por dominância"(em inglês, *dominance solvable*) se o processo de eliminação iterada de estratégias estritamente dominadas leva a um único perfil sobrevivente de estratégias. Para os jogos abaixo, verifique se eles são resolvíveis por dominância, e em caso positivo, verifique que a alocação restante é um equilíbrio de Nash.

	L	R
H	4, 2	0, 1
T	1, 1	3, 3

Game A

	L	R
H	1, 3	2, 3
T	0, 4	0, 2

Game B

	a	b	c
γ	1, 0	3, 0	2, 1
β	3, 1	0, 1	1, 2
α	2, 1	1, 6	0, 2

Game C

4. **(Estratégias racionais)** Ache todas as estratégias racionais (para os dois jogadores) nos jogos abaixo:

Player II

Player I	a	b	c	d
α	6, 2	6, 3	7, 6	2, 8
β	8, 5	6, 9	4, 6	4, 7

Game A

Player II

Player I	a	b
α	9, 5	5, 3
β	8, 6	8, 4

Game B

Player II

Player I	a	b	c	d
α	−1, 20	−7, −7	−1, 2	−5, 8
β	27, 20	13, −1	21, 2	13, −1
γ	−5, 20	−3, 5	7, −1	3, −4

Game C

Player II

Player I	a	b	c	d
α	3, 7	0, 13	4, 5	5, 3
β	5, 3	4, 5	4, 5	3, 7
γ	4, 5	3, 7	4, 5	5, 3
δ	4, 5	4, 5	4, 5	4, 5

Game D

5. **(Racionalidade no modelo de Hotelling)** Há sete quarteirões alinhados em uma reta por uma rua. Dois pizzaiolos decidem simultaneamente em qual quarteirão abrir a sua pizzaria. Em cada quarteirão moram 50 pessoas, que vão comer na pizzaria que estiver mais próxima de sua casa. (Caso a distância seja igual metade come em cada.) O lucro com cada pizza é de $1.

   (a) Descreva o jogo: jogadores, estratégias e funções de *payoff*. Quais estratégias são racionais?

   (b) E se os agentes souberem que o outro pizzaiolo também é racional?

   (c) E se os pizzaiolos souberem que o outro pizzaiolo sabe que ele é racional?

   (d) E se houver conhecimento comum de racionalidade?

6. **(O paradoxo bizantino)** Os gregos do Império Bizantino (a.k.a. Império Romano do Oriente) eram muito cuidadosos, tanto que tinham dificuldade em coordenar-se para qualquer coisa. Em uma história, dois generais bizantinos estão em morros próximos cercando um

inimigo no vale. Dada a sua vantagem estratégica ("I have the high ground!"), eles podem vencer os inimigos, mesmo estes sendo muito mais numerosos, mas apenas se atacarem ao mesmo tempo. Se atacarem sozinhos serão dizimados pelo exército numeroso no vale. O primeiro general então manda um mensageiro para avisar o segundo do horário do ataque. Algum tempo depois, o mensageiro volta dizendo que a mensagem foi passada com sucesso. Ainda assim, chegada a hora da batalha nenhum dos generais avança. Explique.

7. **(O enigma do chapéu do rei)** Esse enigma segundo o matemático Littlewood foi bastante famoso no começo do século XX. Dez sábios ("perfeitamente racionais") estão sentados em um círculo com chapéus que podem ser brancos ou pretos. Cada um pode ver o chapéu dos outros nove, mas não o seu próprio. Um anunciador diz: "Vocês estão usando chapéus que podem ser brancos ou pretos, e pelo menos um é branco. Eu vou contar até 100. Sempre que eu falar um número vocês podem levantar a mão, mas apenas se souberem a cor do seu chapéu."Após quantos números alguém levantará a mão? Explique.

8. **(Crenças não-deterministas)** O estudo de racionalidade e conhecimento como determinante de estratégias na teoria dos jogos é conhecido como *teoria dos jogos epistemológica*. Considere o seguinte problema: Angélica e Bárbara vão numa festa juntas, e estão decidindo que vestido usar. Cada uma tem a sua preferência de cores, mas tudo o que elas mais temem é chegar na festa e descobrir que estão de vestido igual! As utilidades estão (em linhas na ordem alfabética) na tabela abaixo.

blue	green	red	yellow	same color as friend
4	3	2	1	0
2	1	4	3	0

   (a) Descreva o jogo: jogadores, estratégias e funções de *payoff*. Escreva o jogo na forma normal. Para Angélica, escolher amarelo é racional?

   (b) E vermelho: existe alguma crença (talvez não-determinística) que racionaliza Angélica escolher o vestido vermelho?

   (c) Faça o mesmo para Bárbara. Quais ações são as estratégias compatíveis com acreditar na racionalidade da amiga?

9. **(Leilão de segundo-preço)** Um livro autografado de teoria dos jogos será vendido em um leilão. (Veremos mais sobre leilões em outros workshops do curso.) Há N participantes, cada um com uma valoração própria de v_i para o livro, que é um número fixo dado e de conhecimento comum. Cada participante escreve o seu *bid* b_i em um papel. Todos os *bids* são abertos e o item é dado para o *bid* maior. (Em caso de empate, é dado para cada um

dos empatados com probabilidade igual.) Mas o preço pago pelo vencedor é o *segundo* maior valor oferecido.

Descreva o jogo: jogadores, estratégias e funções de *payoff*. Mostre que para cada participante i, fazer um bid b_i igual à sua valoração v_i para o item é uma estratégia fracamente dominante. Quantos equilíbrios de Nash há no jogo?

10. **(O dilema do viajante de Basu)** O economista Kaushik Basu criou esse jogo famoso em 1994, que, como alguns outros jogos que veremos adiante no curso, critica a noção de racionalidade da teoria dos jogos: ele imagina a situação na qual uma companhia aérea perdeu as malas de dois viajantes, e quer que eles revelem o valor real dos conteúdos para a companhia fazer a compensação.

    Acontece que por coincidência o valor das duas malas é o mesmo, já que eles compraram antiguidades iguais no destino em que estavam, e é um valor entre 100 e 400 reais. Então a companhia aérea propõe o seguinte procedimento: cada viajante separadamente vai escrever um valor de 100, 200, 300 ou 400 em um pedaço de papel. Cada viajante vai receber o menor dos dois valores reportados, mas se o valor for diferente entre os dois viajantes, o menor valor vai receber um bônus de 125 reais (por ser honesto) e o maior valor uma penalidade de 5 reais.

    Descreva o jogo: jogadores, estratégias e funções de *payoff*. Escreva o jogo na forma normal e descubra quais estratégias são racionalizáveis para os dois viajantes. Você consegue ver por que esse é um dilema?[1]

11. **(Adivinhe 2/3 da média)** Em 1981, Alain Ledoux inventou esse jogo como um desempate em sua revista *Jeux et Stratégie*, como forma de "investigar a profundidade de raciocínio" dos leitores. Desde então ele se tornou um clássico na teoria dos jogos.

    O jogo é simples: cada participante escreve um número (para os nossos propósitos um inteiro entre 1 e 20) em um papel, e ganha quem acertar mais próximo de 2/3 da média dos números apostados (se for empate dividem o dinheiro). (Ao contrário do famoso "concurso de beleza" de Keynes, que as pessoas tentam acertar a média.)

    Descreva o jogo: jogadores, estratégias e funções de *payoff*. Ache o perfil de estratégias que sobrevivem eliminação iterada de estratégias estritamente dominadas.

12. **(Procedimento de Dekel-Fudenberg)** O processo de *eliminação iterada de estratégias fracamente dominadas* (EIEFD) representa uma hipótese comportamental de que os jogadores são "cautelosos", isto é, nunca eliminam completamente de consideração qualquer estratégia

[1] Uma discussão ótima desse dilema pelo próprio Kaushik Basu para a revista Scientific American está disponível em https://www.scientificamerican.com/article/the-travelers-dilemma/.

dos oponentes, mesmo que eles creem que há probabilidade zero delas serem jogadas. Aplique o EIEFD no jogo abaixo, e mostre que apenas um perfil de estratégias se mantém no jogo.

I \ II	L	C	R
U	1.5,1.5	1.5,1.5	1.5,1.5
M	2,2	3,1	0,0
D	2,2	0,0	1,3

Dekel e Fudenberg (1990), questionaram que a EIEFD entretanto depende de uma certeza muito forte dos jogadores sobre os *payoffs* dos outros jogadores. Eles sugeriram então o seguinte método para identificar perfis de estratégias compatíveis com conhecimento comum de racionalidade e de cautela: no primeiro estágio, elimina-se *todas* as estratégias fracamente dominadas (pois os jogadores têm certeza dos seus próprios *payoffs*). Após isso, como os jogadores podem cometer pequenos erros sobre os *payoffs* dos outros, elimina-se apenas estratégias *estritamente* dominadas. Esse método é conhecido como *procedimento de Dekel-Fudenberg*. Aplique-o ao jogo acima.

13. **(A batalha dos sexos e as amigas)** Um dos jogos mais importantes na teoria dos jogos, introduzido por Luce e Raiffa no livro clássico "Games and Decisions"(1957), é a batalha dos sexos, que vimos bastante em aula. Examinemos o caso da batalha dos sexos em que Beatriz (coluna) tem uma opção adicional, que é sair com as amigas (X). Apresentamos na figura abaixo duas possibilidades: no jogo da esquerda, André (linha) fica em casa sem fazer nada e Beatriz se diverte com as amigas, no da direita ele vai sozinho nos eventos e ela não tem uma noite boa.

	B	S	X
B	3,1	0,0	−1,2
S	0,0	1,3	0,2

	B	S	X
B	4,3	0,0	2,1
S	0,0	3,4	1,1

Ache os perfis de estratégias de cada jogo que sobrevivem a eliminação iterada de estratégias estritamente dominadas e os equilíbrios de Nash de cada um dos jogos. Interprete as diferenças.

14. **(Soma 100)** Considere um jogo de dois jogadores, cada um deles escolhe (separadamente) um número. Se a soma dos dois números é menor ou igual a 100, então cada um recebe o número que escolheu. Se a soma for maior que 100, então o jogador que propor o menor número b_i recebe o que propôs, enquanto o outro recebe $100 - b_i$. Se houver empate, cada um recebe 50.

    Descreva o jogo: jogadores, estratégias e funções de *payoff*. Mostre que o jogo é *resolvível por dominância* e resolva-o.

15. Ache as estratégias racionalizáveis para cada jogador no jogo abaixo:

	b_1	b_2	b_3	b_4
a_1	$0,7$	$2,5$	$7,0$	$0,1$
a_2	$5,2$	$3,3$	$5,2$	$0,1$
a_3	$7,0$	$2,5$	$0,7$	$0,1$
a_4	$0,0$	$0,-2$	$0,0$	$10,-1$

16. **(Crenças correlacionadas)** Quando há mais de dois jogadores, a definição de racionabilidade se torna mais complicada. Podemos permitir que os jogadores tenham crenças que combinem as ações dos seus oponentes ("que eles vão jogar juntos"), isso é, correlacionadas, ou apenas estratégias independentes entre si (ainda que mistas)?[2]

    Isso faz diferença! Considere o jogo abaixo em que há 3 jogadores, e o payoff de todos é igual para cada perfil de estratégias (o número nas caixas). Mostre que M_2 é racionalizável para o jogador 3 se aceitarmos crenças correlacionadas, mas não se restringirmos para crenças independentes. Verifique também que M_2 sobrevive a EIEED, como afirmado em aula.

	L	R
U	8	0
D	0	0

M_1

	L	R
U	4	0
D	0	4

M_2

	L	R
U	0	0
D	0	8

M_3

	L	R
U	3	3
D	3	3

M_4

[2]No primeiro caso, parte da literatura chama de *racionalidade correlacionada*, que vimos em aula que é equivalente a sobreviver à EIEED.